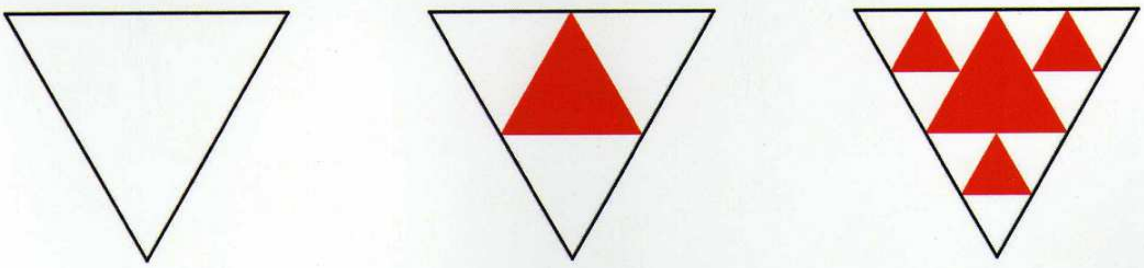
XXVII Olimpiada Matemática *THALES*
Fase provincial
26 de marzo de 2011

Problema nº 4: ***TRIÁNGULOS FRACTALES***
(in memoriam Benoit Mandelbrot "Padre de los fractales")

Todos los estudiantes de Todolandia andan como locos intentando calcular las superficies de todos los triángulos equiláteros coloreados que se van obteniendo al ir uniendo los puntos medios de los lados de los triángulos no coloreados, como se observa en las figuras.
Sabiendo que el triángulo equilátero del que se parte tiene como superficie la unidad, ayúdales calculando la superficie que está coloreada después de haber realizado 2 transformaciones.
¿Cuál es la superficie que se obtiene después de 4 transformaciones?
¿Cómo calcularías la superficie coloreada tras realizar **"n"** transformaciones?
Razona las respuestas.

Triángulo inicial — Transformación 1ª — Transformación 2ª



En la 1ª transformación, coloreo la cuarta parte de la superficie. Sup color= $\frac{1}{4}$

En la 2ª : $Scolor = \frac{1}{4} + 3\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} = \frac{7}{16}$

En la 3ª resultaría: $Scolor = \frac{1}{4} + 3\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 9\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} = \frac{37}{64}$

Y en la 4ª: $Scolor = \frac{1}{4} + 3\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 9\left(\frac{1}{4}\right)^3 + 3^3\left(\frac{1}{4}\right)^4 = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} + \frac{27}{256} = \frac{175}{256}$

Si siguiéramos hacia delante, tendríamos:

$$Scolor = \frac{1}{4} + 3\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 9\left(\frac{1}{4}\right)^3 + 3^3\left(\frac{1}{4}\right)^4 + \cdots + 3^{n-1}\left(\frac{1}{4}\right)^n$$